Lois de l'électricité pour les valeurs efficaces

- La loi de Joule s'y applique (pour les résistances) par genèse
- La loi d'Ohm s'y applique aussi (pour les résistances) :

$$U_{\text{rms}}=\sqrt{\frac{1}{T}\int_T u^2\,\mathrm{d}t}=\sqrt{\frac{1}{T}\int_T (R\,i)^2\,\mathrm{d}t}=\sqrt{\frac{1}{T}R^2\int_T i^2\,\mathrm{d}t}=R\sqrt{\frac{1}{T}\int_T i^2\,\mathrm{d}t}=R\,I_{\text{rms}}$$

- Mais ce n'est pas le cas avec les lois de Kirchhoff !

$$U_{\text{rms}}\neq\sum U_{k,\text{rms}} \qquad I_{\text{rms}}\neq\sum I_{k,\text{rms}}$$

  - On rencontre deux opérations non distributives par rapport à l'addition :

$$\int (x_1+x_2)^2\,\mathrm{d}t\neq\int (x_1^2+x_2^2)\,\mathrm{d}t \quad \text{ni} \quad \sqrt{y_1+y_2}\neq\sqrt{y_1}+\sqrt{y_2}$$

- Diviseurs résistifs : cas particulier car le même *i* ou *u*

$$U_{\text{tot,rms}}=\sqrt{\frac{1}{T}\int_T u_{\text{tot}}^2\,\mathrm{d}t}=\sqrt{\frac{1}{T}\int_T \left(\sum u_k\right)^2\mathrm{d}t}=\sqrt{\frac{1}{T}\int_T \left(\sum R_k\,i\right)^2\mathrm{d}t}=$$

$$=\sqrt{\frac{1}{T}\int_T \left(\sum R_k\right)^2 i^2\,\mathrm{d}t}=\sqrt{\frac{1}{T}\left(\sum R_k\right)^2\int_T i^2\,\mathrm{d}t}=\sum R_k\cdot\sqrt{\frac{1}{T}\int_T i^2\,\mathrm{d}t}=\sum R_k\cdot I_{\text{rms}}$$

$$\text{avec} \quad U_{n,\text{rms}}=R_n\,I_{\text{rms}} \quad \text{alors} \quad U_{n,\text{rms}}/U_{\text{tot,rms}}=R_n/\sum R_k$$

Formules de Parseval

- Pour une grandeur possédant une composante directe et une composante alternative :

$$\frac{1}{T}\int_T x^2 \mathrm{d}t = \frac{1}{T}\int_T (X_0 + x_\mathrm{a})^2 \mathrm{d}t = \frac{1}{T}\int_T X_0^2 \mathrm{d}t + \frac{1}{T}\int_T 2X_0 x_\mathrm{a} \mathrm{d}t + \frac{1}{T}\int_T x_\mathrm{a}^2 \mathrm{d}t =$$

$$= \frac{1}{T} X_0^2 \int_T \mathrm{d}t + 2X_0 \frac{1}{T}\int_T x_\mathrm{a} \mathrm{d}t + \frac{1}{T}\int_T x_\mathrm{a}^2 \mathrm{d}t =$$

$$= \frac{1}{T} X_0^2 T + 2X_0 X_\mathrm{a,av} + X_\mathrm{a,rms}^2 = X_0^2 + X_\mathrm{a,rms}^2$$

car la valeur moyenne de la composante alternative, c'est toujours 0

$$X_\mathrm{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_T x^2 \mathrm{d}t} = \sqrt{X_0^2 + X_\mathrm{a,rms}^2}$$

- Quant à la puissance :

$$P = \frac{1}{T}\int_T p \,\mathrm{d}t = \frac{1}{T}\int_T (U_0 + u_\mathrm{a})(I_0 + i_\mathrm{a}) \mathrm{d}t =$$

$$= \frac{1}{T}\int_T (U_0 I_0 + U_0 i_\mathrm{a} + u_\mathrm{a} I_0 + u_\mathrm{a} i_\mathrm{a}) \mathrm{d}t = U_0 I_0 \frac{1}{T}\int_T \mathrm{d}t + \frac{1}{T}\int_T u_\mathrm{a} i_\mathrm{a} \mathrm{d}t = P_0 + P_\mathrm{a}$$

Exercices

- 4.2.1. Le courant *i* de l'exercice 4.1.1 traverse un résistor de 25 Ω.

  a) Tracer la tension instantanée à ses bornes et la puissance instantanée y dissipée.

  b) À partir de la définition, calculer la puissance active.
- 4.2.2. Calculer la valeur efficace de ce même courant en utilisant la formule de Parseval. Utiliser le résultat pour déterminer la puissance active dissipée dans le résistor.
- 4.2.3. Une chaudière résistive possède une tension efficace nominale de 230 V et une puissance nominale de 1,8 kW.

  a) Déterminer le coût de l'énergie électrique que consommera cet appareil en une semaine si le prix de l'énergie est de 0,122 €/kWh.

  b) Calculer la résistance de cette chaudière.

  c) Quelle puissance sera convertie par cet appareil s'il est alimenté à partir du réseau américain 110 V (valeur efficace) ?