

# 6. Problèmes avancés de l'algorithmique et de la programmation

Algorithme type de traitement de données : tri à bulles  
Complexité des algorithmes  
Qualité des programmes  
Optimalisation du code  
Paradigmes et langages de programmation



# Algorithmes type : le tri

- Notion du tri en génie informatique
  - ♦ **Trier** : « Classer, répartir les différents éléments d'un ensemble selon quelque critère » ; **Tri** : « Action, manière de trier, de classer : **Le tri de fiches en ordre alphabétique.** »
  - ♦ ordre croissant      [4 3 5 2 1] → [1 2 3 4 5]
  - ♦ ordre descendant    [4 3 5 2 1] → [5 4 3 2 1]
- **Le tri à bulles** ou **tri par propagation** est un des algorithmes du tri, qui consiste à faire remonter progressivement les plus petits éléments d'une liste vers son début, comme les bulles d'air (étant plus légères) remontent à la surface d'un liquide
- L'idée de cet algorithme (tri dans l'ordre croissant)
  - ♦ On parcourt la liste et on **compare des couples** d'éléments successifs
  - ♦ Lorsque deux éléments successifs ne sont pas rangés dans l'ordre croissant, ils sont **intervertis** (échangés)
  - ♦ Après chaque parcours complet de la liste, on le reprend de nouveau
  - ♦ Lorsque **aucune interversion** n'a lieu pendant un parcours, cela signifie que la liste est triée, l'algorithme est **fini**



# Tri à bulles – analyse

- Début (entrée) : 5 1 4 2 8
- Résultat désiré : 1 2 4 5 8
- Premier parcours :
  - ♦ (5 1 4 2 8) → (1 5 4 2 8) Ici, on compare les deux premiers éléments (5 et 1) et on les intervertit
  - ♦ (1 5 4 2 8) → (1 4 5 2 8)
  - ♦ (1 4 5 2 8) → (1 4 2 5 8)
  - ♦ (1 4 2 5 8) → (1 4 2 5 8) Maintenant que ces deux éléments (5 et 8) sont triés (rangés), on ne les intervertira plus

# Tri à bulles – analyse (suite)

- Deuxième parcours :

- ♦  $(1\ 4\ 2\ 5\ 8) \rightarrow (1\ 4\ 2\ 5\ 8)$  On recommence les mêmes actions
- ♦  $(1\ 4\ 2\ 5\ 8) \rightarrow (1\ 2\ 4\ 5\ 8)$
- ♦  $(1\ 2\ 4\ 5\ 8) \rightarrow (1\ 2\ 4\ 5\ 8)$
- ♦  $(1\ 2\ 4\ 5\ 8) \rightarrow (1\ 2\ 4\ 5\ 8)$
- ♦ Nous pouvons **constater que la liste est triée** en jetant un coup d'œil
- ♦ L'ordinateur est incapable de le faire d'un coup (de même l'humain si la liste est très longue...) ; il doit réexaminer la liste couple par couple
- ♦ Cela peut être achevé **avec un parcours normal de l'analyse** ; s'il y a 0 interversions, alors chaque élément est bien rangé par rapport au précédent, ce qui veut dire que la liste entière est triée

- Troisième parcours :

- ♦  $(1\ 2\ 4\ 5\ 8) \rightarrow (1\ 2\ 4\ 5\ 8)$  On recommence les mêmes actions
- ♦  $(1\ 2\ 4\ 5\ 8) \rightarrow (1\ 2\ 4\ 5\ 8)$
- ♦  $(1\ 2\ 4\ 5\ 8) \rightarrow (1\ 2\ 4\ 5\ 8)$
- ♦  $(1\ 2\ 4\ 5\ 8) \rightarrow (1\ 2\ 4\ 5\ 8)$
- ♦ **Aucune interversion n'a été nécessaire** alors on constate que **la liste est triée** et la procédure peut être terminée



# Formalisation de l'algorithme

- Données
  - ♦ Entrée :  $v$  – vecteur de nombres à trier
  - Sortie :  $v$  – le même vecteur trié
- Pseudo-code

```
faire
    échanges  $\leftarrow 0$ 
    pour  $n \leftarrow 1$  à  $\text{taille}(v)-1$ 
        si  $v(n+1) < v(n)$ 
            temp  $\leftarrow v(n+1)$ 
             $v(n+1) \leftarrow v(n)$ 
             $v(n) \leftarrow \text{temp}$ 
            échanges  $\leftarrow \text{échanges}+1$ 
        fin si
    fin pour
jusqu'à ce que échanges = 0
```
- Réalisation de l'interversion
  - ♦ Début du premier parcours de la boucle « pour » : 5 1 4 2 8
  - ♦  $n \leftarrow 1$ 
    - si  $v(2) < v(1)$  [VRAI]
    - temp  $\leftarrow v(2) = 1$
    - $v(2) \leftarrow v(1) = 5$
    - $v(1) \leftarrow \text{temp} = 1$
    - ...
  - ♦ Résultat : 1 5 4 2 8
- Une solution incorrecte
  - ♦  $v(n+1) \leftarrow v(n)$
  - $v(n) \leftarrow v(n+1)$
  - ♦ parce que les instructions sont exécutées de façon séquentielle
  - $v(2) \leftarrow v(1) = 5$
  - $v(1) \leftarrow v(2) = 5$
  - ♦ La variable additionnelle temp est donc inévitable

# Complexité algorithmique

- **Temporelle dans le pire cas** : borne supérieure du nombre des actions nécessaires pour traiter un ensemble de  $n$  éléments
- **Temporelle en moyenne** : nombre des actions effectuées en moyenne pour traiter (p. ex. trier) un ensemble de  $n$  éléments
  - ◆ Donne une bonne idée du temps de l'exécution
  - ◆ Permet de comparer de différents algorithmes destinés au même problème
  - ◆ Si les ensembles ont une forme particulière (non représentative par rapport à la majorité des  $n!$  combinaisons possibles), alors les performances types pourront être très inférieures ou très supérieures
- **Spatiale** (en moyenne ou dans le pire cas) : représente l'utilisation de la mémoire que nécessitera l'exécution de l'algorithme
  - ◆ Dépend souvent du nombre des éléments à traiter
- La complexité  $T$  (temps) ou  $M$  (mémoire) est exprimée en fonction du nombre des éléments  $n$  de l'ensemble de données traité
  - ◆ **Notation de Landau** : «  $T(n) = O(n^2)$  » veut dire que la borne supérieure du nombre d'actions dépend du  $n$  en puissance maximale de 2

# Cas pratique

- Supposons un processeur :
  - ♦ fréquence de l'horloge 1 GHz
  - ♦ 1 opération primitive par cycle de l'horloge
- Temps d'exécution ( $t$ ) :
- Taille du problème ( $n$ ) que l'on peut traiter dans un temps donné :

$T(n)$	$n = 10$	$n = 100$	$n = 1000$
$n$	0,01 $\mu$ s	0,1 $\mu$ s	1 $\mu$ s
$2n$	0,02 $\mu$ s	0,2 $\mu$ s	2 $\mu$ s
$4n$	0,04 $\mu$ s	0,4 $\mu$ s	4 $\mu$ s
$n \log n$	0,01 $\mu$ s	0,2 $\mu$ s	3 $\mu$ s
$n \log^2 n$	0,01 $\mu$ s	0,4 $\mu$ s	9 $\mu$ s
$n^2$	0,1 $\mu$ s	10 $\mu$ s	1 ms
$n^4$	10 $\mu$ s	0,1 s	1,7 min
$2^n$	1,0 $\mu$ s	$4,0 \cdot 10^{13}$ ans	$1,1 \cdot 10^{284}$ ans
$4^n$	1,1 ms	$5,1 \cdot 10^{43}$ ans	$3,6 \cdot 10^{603}$ ans

$T(n)$	$t = 1$ s	$t = 1$ min	$t = 1$ h
$n$	$1,0 \cdot 10^9$	$6,0 \cdot 10^{10}$	$3,6 \cdot 10^{12}$
$2n$	$5,0 \cdot 10^8$	$3,0 \cdot 10^{10}$	$1,8 \cdot 10^{12}$
$4n$	$2,5 \cdot 10^8$	$1,5 \cdot 10^{10}$	$9,0 \cdot 10^{11}$
$n \log n$	$1,2 \cdot 10^8$	$6,1 \cdot 10^9$	$3,1 \cdot 10^{11}$
$n \log^2 n$	$1,9 \cdot 10^7$	$7,6 \cdot 10^8$	$3,3 \cdot 10^{10}$
$n^2$	31 600	245 000	1 900 000
$n^4$	178	495	1380
$2^n$	30	36	42
$4^n$	15	18	21



# Cas pratique (suite)

- Si on utilise un **processeur 100 fois plus puissant**, comment est-ce que change la taille maximale du problème  $N$ ?
  - ♦ p. ex. fréquence de l'horloge 10 GHz au lieu de 100 MHz

$T(n)$	$N$ devient
$n$	$100 \cdot N$
$2n$	$100 \cdot N$
$4n$	$100 \cdot N$
$n \log n$	$79 \cdot N$
$n \log^2 n$	$61 \cdot N$
$n^2$	$10 \cdot N$
$n^4$	$3,1 \cdot N$
$2^n$	$N + 6,6$
$4^n$	$N + 3,3$

- Algorithmes à complexité de  $O(n)$ ,  $O(n \cdot \log^a n)$ 
  - ♦ généralement considérés convenables
- $O(n^a)$  ( $a > 1$ )
  - ♦ acceptables pour des ensembles petits de données
- $O(a^n)$ 
  - ♦ à éviter puisque :
  - ♦ le temps de calcul accroît trop vite
  - ♦ la taille du problème traitable augmente très peu même pour un temps beaucoup plus long et un processeur beaucoup plus puissant





# Complexité des algorithmes développés avant

- **Sommation des éléments** d'un vecteur à  $n$  éléments
  - ♦ On considère l'algorithme analysé en cours, il est le basique
  - ♦ On compte seules les actions répétées
    - ▶ supposant un  $n$  large, les autres ont peu d'influence sur le temps de l'exécution
  - ♦ C'est donc l'addition
  - ♦ Elle est exécutée toujours  $n$  fois (indépendamment des valeurs des éléments)
  - ♦ Le nombre des actions importantes, c'est donc toujours  $n$  (au pire, meilleur et moyen)
  - ♦ Complexité temporelle :  $T(n) = O(n)$
- **Recherche du premier zéro** dans un vecteur à  $n$  éléments
  - ♦ On considère l'algorithme analysé en cours – il y en a d'autres
  - ♦ L'action principale, c'est la comparaison
  - ♦ Meilleur cas : le zéro sur la première position – 1 comparaison,  $T(n) = O(1)$
  - ♦ Pire cas : le zéro sur la dernière position ou absent –  $n$  comparaisons,  $T(n) = O(n)$
  - ♦ Au moyen, supposant qu'un zéro est toujours présent avec toute position également probable :  $(n+1)/2$  comparaisons,  $T(n) = O(n)$

# Complexité du tri à bulles

- **Opérations principales** : comparaison des éléments en couples et leur interversion
- **Meilleur cas**
  - ◆ Lorsque la liste d'entrée est déjà triée
  - ◆ On doit effectuer  $(n-1)$  comparaisons pour savoir que la liste est triée (avec zéro échanges) parce qu'il y a  $(n-1)$  couples d'éléments
  - ◆ Nombre des comparaisons :  $n-1$
  - ◆ Complexité temporelle :  $T(n) = O(n)$
- **Pire cas**
  - ◆ Lorsque la liste d'entrée est triée en ordre inverse
  - ◆ On doit répéter les passages  $(n-1)$  fois parce qu'il faut faire remonter l'élément le plus petit, qui est le dernier, à la première position
  - ◆ On peut démontrer que le  $i$ -ème passage comprend  $(n-i)$  interversions
  - ◆ Une interversion prend beaucoup plus de temps qu'une comparaison, alors on néglige les comparaisons pour simplicité
  - ◆ Nombre des interversions :  $(1 + 2 + \dots + n-2 + n-1) = (n-1)/2 \cdot n = n^2/2 - 1/2$
  - ◆ Complexité temporelle :  $T(n) = O(n^2)$

# Complexité du tri à bulles (suite)

- **Au moyen** – analyse probabiliste
  - ♦ Il y a  $n \cdot (n-1)/2$  couples différents car chaque d'entre les  $n$  éléments forme un couple avec chaque d'entre les  $n-1$  autres éléments mais  $(x_1, x_2)$  et  $(x_2, x_1)$  représentent en fait le même couple
  - ♦ Si les données sont aléatoires, alors en moyenne la moitié d'entre ces couples devront être intervertis et l'autre moitié – non
  - ♦ Nombre des interversions :  $n \cdot (n-1)/2/2 = n^2/4 - 1/4$
  - ♦ Complexité temporelle :  $T(n) = O(n^2)$
- Le nombre des échanges des couples d'éléments est indépendant de la manière dont ces échanges sont organisées (ordre etc.)
- C'est un mauvais algorithme de tri (par rapport aux autres connus)
  - ♦ En plus, on peut démontrer que la complexité temporelle  $T(n)$  ne peut jamais être meilleure (inférieure) que  $O(n \cdot \log n)$  pour tout algorithme fondé sur comparaisons et échanges
  - ♦ Algorithmes basés sur d'autres principes sont capables d'atteindre une complexité aussi basse que  $O(n)$

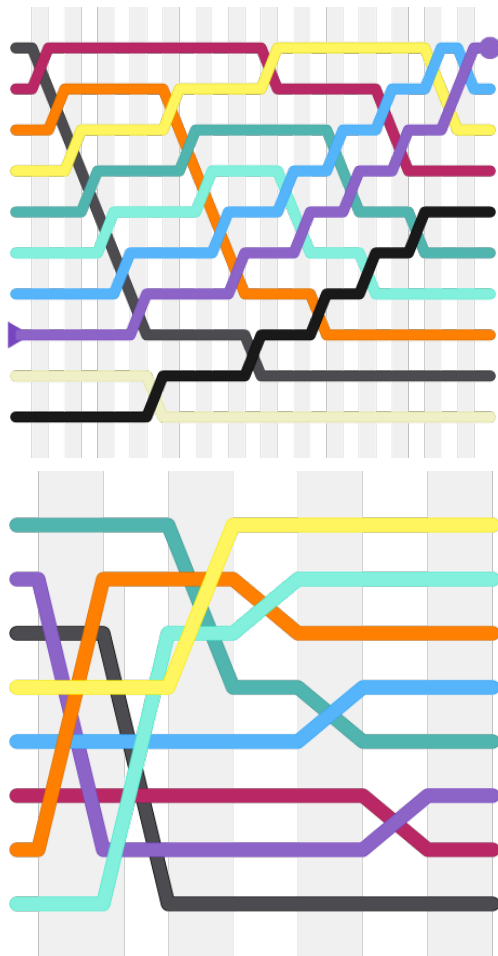
# Complexité spatiale

- Afin de la déterminer, on compte :
  - ♦ les **cellules de mémoire nécessaires** pour traiter un ensemble de  $n$  éléments
  - ♦ en ignorant la donnée d'entrée même (mémoire supplémentaire seulement)
  - ♦ seulement les **données du même type que la donnée traitée** (on ignore les données auxiliaires simples du genre compteur etc.)
- Les algorithmes analysés
  - ♦ **Sommation**
    - ▶ 1 telle cellule nécessaire – pour garder la somme
    - ▶ alors  $M(n) = O(1)$
  - ♦ **Tri à bulles**
    - ▶ 1 telle cellule nécessaire – celle qui contient la variable auxiliaire pour effectuer les interversions
    - ▶ alors  $M(n) = O(1)$
  - ♦ Pourtant, en général, beaucoup d'algorithmes de traitement de données possèdent une complexité spatiale de  $O(n)$  ou  $O(n^2)$

# Idées de deux autres algorithmes du tri (à titre d'exemple)

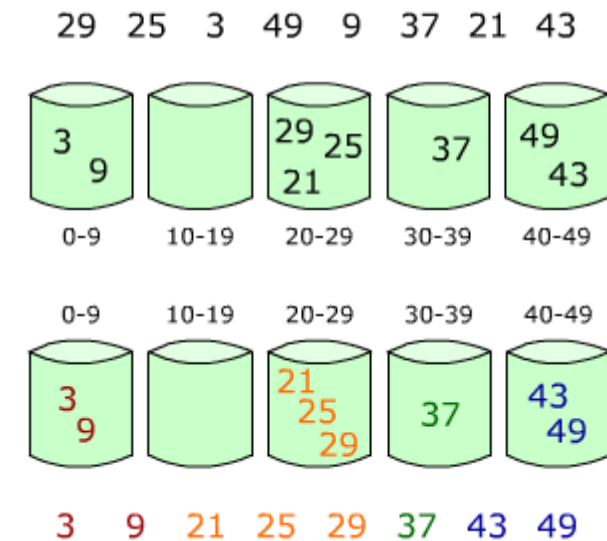
- Tri de Shell

- ♦ Les couples interverties ne doivent pas être des voisins



- Tri par paquets

- ♦ Les éléments sont pré-triés par rangement en plusieurs paquets
- ♦ Ensuite, ils sont triés à l'aide d'un autre algorithme
- ♦ Enfin, ils sont rassemblés
- ♦ Mémoire additionnelle nécessaire pour les paquets



[Source : Pmdumuid, Balu Ertl on Wikimedia Commons]

# Comparaison des algorithmes du tri en termes de leur complexité

Algorithme du tri	Nom anglais	$T(n)$ au meilleur	$T(n)$ en moyenne	$T(n)$ au pire	$M(n)$
<b>à bulles</b>	<b>Bubble</b>	<b><math>O(n)</math></b>	<b><math>O(n^2)</math></b>	<b><math>O(n^2)</math></b>	<b><math>O(1)</math></b>
par sélection	Selection	$O(n^2)$	$O(n^2)$	$O(n^2)$	$O(1)$
par insertion	Insertion	$O(n)$	$O(n^2)$	$O(n^2)$	$O(1)$
<b>de Shell</b>	<b>Shell</b>	<b><math>O(n \log n)</math></b>	<b><math>O(n \log^2 n)</math></b>	<b><math>O(n \log^2 n)</math></b>	<b><math>O(1)</math></b>
rapide (basique)	Quick	$O(n \log n)$	$O(n \log n)$	$O(n^2)$	$O(n)$
arborescent (basique)	Binary Tree	$O(n \log n)$	$O(n \log n)$	$O(n^2)$	$O(n)$
par fusion	Merge	$O(n \log n)$	$O(n \log n)$	$O(n \log n)$	$O(n)$
Introsort	Introsort	$O(n \log n)$	$O(n \log n)$	$O(n \log n)$	$O(\log n)$
par tas	Heap	$O(n \log n)$	$O(n \log n)$	$O(n \log n)$	$O(1)$
smoothsort	Smoothsort	$O(n)$	$O(n \log n)$	$O(n \log n)$	$O(1)$
<b>par paquets (basique)</b>	<b>Bucket</b>		<b><math>O(n)</math></b>	<b><math>O(n^2)</math></b>	<b><math>O(n)</math></b>
par base	Radix		$O(n)$	$O(n)$	$O(n)$
par dénombrement	Counting		$O(n)$	$O(n)$	$O(n)$

algorithmes de tri par comparaisons

algorithmes rapides

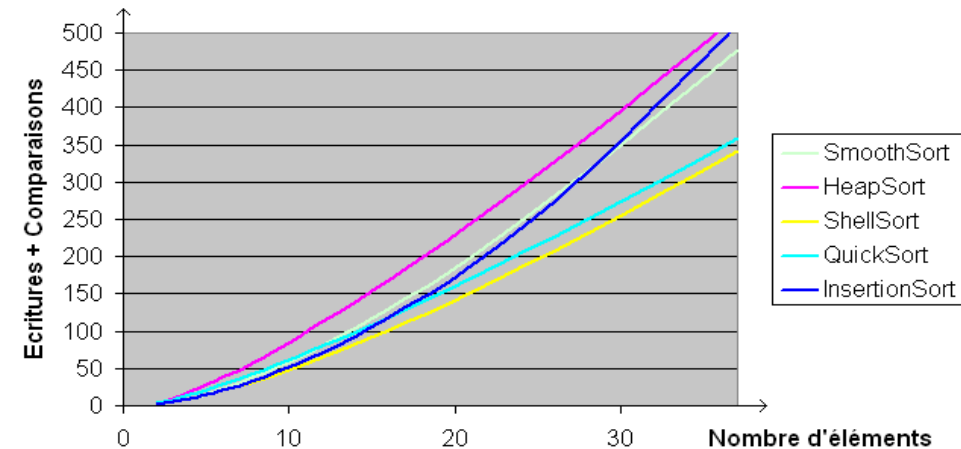
La complexité des algorithmes rapides dépend aussi de paramètres autres que la taille de la liste, p. ex. du nombre des paquets.



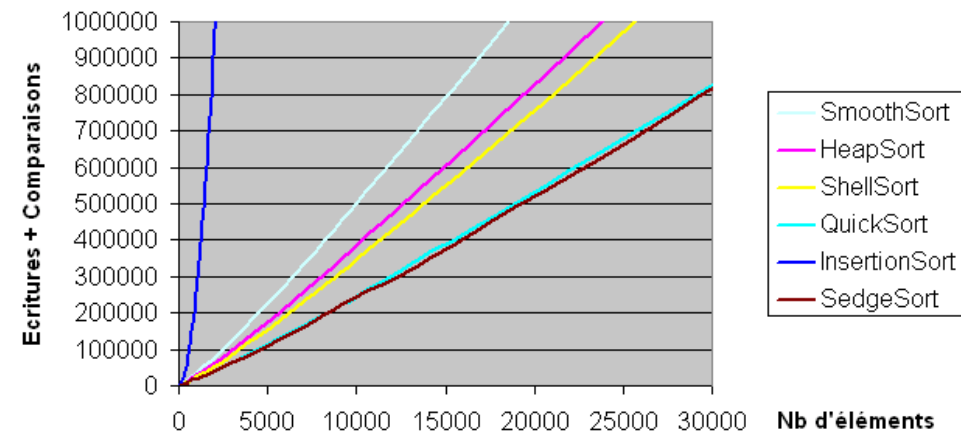
# Choix de l'algorithme selon le nombre d'éléments

- Un algorithme peut être favorable pour un nombre d'éléments petit et très défavorable pour un nombre d'éléments élevé
  - ♦ Tri par insertion : complexité plus élevée par rapport aux autres pourtant pour des listes courtes, il est autant ou plus efficace
- Parmi les algorithmes d'une même complexité, le nombre d'opération peut être différent
  - ♦ La notation de Landau ne prend en compte des coefficients ni des termes d'un degré inférieur au maximal

## • Listes courtes



## • Listes longues



[Source : Circular sur Wikimedia Commons]

# Critères de qualité des programmes (1)

## 1. Correction (validité)

- ◆ Le programme sert son but : il résout le problème défini en fournissant les résultats corrects pour toutes les entrées prévues dans l'énoncé
- ◆ C'est plutôt l'exigence primaire qu'une qualité
  - ▶ Elle est achevée ou pas ; un programme ne peut pas être *plus* ou *moins* valide
- ◆ Elle ne peut pas être supposée
  - ▶ C'est naturel que le programmeur a *voulu* créer un programme correct
  - ▶ Cependant il n'est pas évident qu'il y ait *réussi*
- ◆ Le programme doit être **testé** : on l'utilise avec de différentes entrées (combinaisons d'arguments = **vecteurs de test**) et on vérifie si les résultats sont corrects
  - ▶ L'ensemble des entrées possibles est très souvent illimité
  - ▶ Impossible de prouver la correction, seulement de prouver le contraire
  - ▶ L'ensemble des vecteurs de test utilisé en tests doit être le plus représentatif possible (ça fait l'objet de la recherche théorique)
  - ▶ Si on n'arrive pas à prouver que le programme est incorrect alors il est probable qu'il est correct



# Critères de qualité des programmes (2)

## 2. Sécurité

- ◆ Le programme ne doit jamais permettre de :
  - ▶ recevoir ou faire plus que nécessaire vu le rôle de l'utilisateur donné
    - voir des données confidentielles
    - changer des données qu'il est seulement autorisé de voir
  - ▶ effectuer des actions n'ayant rien à faire avec son but
    - p. ex. avec des données d'entrée nuisibles fabriquées spécialement à cet effet (pages web, attachements courriel Word avec macros...)
- ◆ On a établi toute une liste de pratiques et concepts de programmation connus pour rendre les programmes vulnérables aux attaques
  - ▶ Elles sont à éviter bien que certaines soient très populaires
- ◆ On applique :
  - ▶ identification et gestion de rôles (p. ex. système Windows)
  - ▶ chiffrement de données – en mémoire ainsi que lors de leur transmission sur les réseaux (p. ex. page web d'une banque)...
- ◆ On a démontré que les autres critères y contribuent aussi

# Critères de qualité des programmes (3)

## 3. Fiabilité

- ◆ Le programme doit réaliser sa tâche correctement
  - ▶ C'est équivalent à *correction* mais fiabilité, c'est plus que ça :
- ◆ Il ne doit jamais faire ce qui est indésirable :
  - ▶ terminer soudainement
  - ▶ planter le processeur ou le système d'exploitation
  - ▶ causer le redémarrage soudain de l'ordinateur
  - ▶ endommager les données...
- ◆ Tout cela s'applique aussi aux conditions imprévues ou anormales sans faute du programme même (*robustesse*) :
  - ▶ les données ne sont pas correctes, sont trop larges etc.
  - ▶ le disque dur est endommagé alors il n'est pas possible d'enregistrer
  - ▶ l'utilisateur a tapé une touche par hasard...
- ◆ Il faut alors informer l'utilisateur, suggérer, demander la décision ou confirmation, essayer de remédier le problème automatiquement...
- ◆ Appliquer les mécanismes de gestion d'erreurs
- ◆ On a démontré que les autres critères y contribuent

# Critères de qualité des programmes (4)

## 4. Efficacité économique

- ◆ Basse complexité de l'algorithme en termes du temps et de mémoire
- ◆ Mise en œuvre de l'algorithme possiblement courte en termes de la longueur du code mais surtout du temps d'exécution
  - ▶ Minimiser le nombre d'opérations (instructions)
  - ▶ Il faut peser les instructions et se concentrer à celles qui prennent le plus du temps à exécuter – la multiplication coûte plus du temps que l'addition, la division plus que la multiplication, opérations matricielles plus que simples, opérandes réelles plus que entières (dans la plupart des langages)
  - ▶ Ne pas répéter les mêmes calculs : une fois le résultat obtenu, il vaut mieux le sauvegarder dans une variable et réutiliser ensuite (ça va coûter un peu de la mémoire mais économiser beaucoup de temps)
  - ▶ Il faut alors trouver un équilibre (compromis) entre le temps et la mémoire
  - ▶ Les bonnes pratiques de programmation et codage, liées aux critères suivants, l'aident

# Critères de qualité des programmes (5)

## 5. **Maintenabilité**

- ◆ Améliorer le programme, ajouter des fonctionnalités nouvelles etc. ne doit pas poser de problèmes ni au programmeur individuel/original ni à ses collaborateurs/successeurs
- ◆ Aspect important en évaluation de la valeur du travail d'un programmeur
- ◆ Comprend les aspects suivants :

### a) **Compréhensibilité**

- ◆ Documenter, expliquer, mettre des commentaires
- ◆ Attribuer des désignations évocatrices et suivant une convention homogène
- ◆ Éviter trop de niveaux d'imbrication, de structures de données et du code

### b) **Lisibilité** (nécessite a)

- ◆ Éviter des sous-programmes, lignes, expressions, désignations trop longs
  - ▶ « Trop », c'est bien relatif ; le programmeur doit réfléchir et décider
- ◆ Utiliser l'indentation correcte (suivre une des conventions reconnues)
- ◆ Découper le code en parties abordables et structurées (programme principal → fonctions haut niveau → fonctions élémentaires)
- ◆ Elle peut s'opposer à l'efficacité économique ; un compromis est nécessaire

# Critères de qualité des programmes (6)

## c) Réutilisabilité (nécessite a+b)

- ♦ Il doit être facile d'utiliser le programme ou une partie dans un autre lieu de ce programme ou dans un autre projet car ça permet d'économiser
- ♦ Construire le programme de façon modulaire (découper)

## d) Extensibilité (nécessite a+b+c)

- ♦ Il n'est pas possible de prévoir toutes les fonctionnalités nécessaires et possibles dans le futur
- ♦ Souvent il est plus fiable et bénéfique économiquement d'achever d'abord une version limitée, gagner de l'argent et des clients et continuer après
- ♦ Il faut prévoir les extensions futures du programme et le créer de façon à faciliter l'introduction d'extensions
- ♦ Généraliser, paramétrer plus qu'il paraît momentanément nécessaire

## e) Scalabilité

- ♦ La performance ne doit pas se détériorer significativement quand la demande augmente (quantité de données, utilisateurs simultanés...)
- ♦ Bien choisir l'algorithme
- ♦ Utiliser les techniques de programmation avancées appropriées

# Critères de qualité des programmes (7)

## f) Portabilité

- ◆ L'environnement informatique est devenu très diverse
  - ▶ systèmes d'exploitation (Windows, MacOS, Linux)
  - ▶ mais aussi l'équipement (ordinateurs, smartphones, tablettes)
  - ▶ et encore leurs systèmes spécifiques (Android)
- ◆ Un logiciel exécutable sur tout système et appareil, ce n'est pas évident
- ◆ Langages interprétés : assez simple à condition que des interpréteurs existent pour les différents systèmes
  - ▶ cependant les programmes seront longs et lents
  - ▶ l'interpréteur occupera en plus de la mémoire et du temps du processeur
- ◆ Langages compilés : favorables du point de vue de l'exécution
  - ▶ mais il faut compiler le programme pour chaque système séparément (des compilateurs doivent exister)
  - ▶ pire encore : le code doit souvent être modifié
  - ▶ ça ralentit le développement et le rend plus coûteux (main d'œuvre)
- ◆ Réflexion nécessaire au tout début du développement et pourtant déjà avec considération de l'avenir lointain du logiciel (même si au début il est développé pour un seul système et appareil)

# Optimalisation d'un programme exemplaire (1)

- Calculer la valeur d'un dépôt à terme de 5 ans, à la fin de chaque année, en considérant une capitalisation mensuelle et une trimestrielle, pour un taux d'intérêt annuel donné
- Données d'entrée :
  - ♦ depot\_init  $d_0$  montant initial du dépôt nombre
  - ♦ taux\_interet  $t_a$  taux d'intérêt annuel en % nombre
- Données de sortie :
  - ♦ depot\_mens  $d_a$  valeurs du dépôt, capit. mens. tableau de nombres
  - ♦ depot\_trim  $d_a$  valeurs du dépôt, capit. trim. tableau de nombres
- Formule de calcul :
$$d_a = d_0 \cdot \left[ \left( 1 + \frac{t_a / 100}{12/m} \right)^{12/m} \right]^a$$
  - ♦ où :  $a$  – numéro d'année,  $m$  – période de capitalisation en mois

# Optimalisation d'un programme exemplaire (2)

- Premier essai : long, difficile de saisir l'idée générale

depot.m

```
depot_init = input("Montant initial : ");
taux_interet = input("Taux d'interet : ");
depot_mens(1)=depot_init*(1+(taux_interet/100)/12)^12;
depot_mens(2)=depot_init*(1+(taux_interet/100)/12)^12^2;
depot_mens(3)=depot_init*(1+(taux_interet/100)/12)^12^3;
depot_mens(4)=depot_init*(1+(taux_interet/100)/12)^12^4;
depot_mens(5)=depot_init*(1+(taux_interet/100)/12)^12^5;
depot_trim(1)=depot_init*(1+(taux_interet/100)/4)^4;
depot_trim(2)=depot_init*(1+(taux_interet/100)/4)^4^2;
depot_trim(3)=depot_init*(1+(taux_interet/100)/4)^4^3;
depot_trim(4)=depot_init*(1+(taux_interet/100)/4)^4^4;
depot_trim(5)=depot_init*(1+(taux_interet/100)/4)^4^5;
disp("Avec capitalisation mensuelle : "); disp(depot_mens);
disp("Avec capitalisation trimestrielle : "); disp(depot_trim);
```

+ correction



# Optimalisation d'un programme exemplaire (3)

- Découpage : l'idée générale claire dans *depot.m*

## depot.m

```
depot_init = input("Montant initial : ");
taux_interet = input("Taux d'interet : ");
calculer_depote_mens;
calculer_depote_trim;
disp("Avec capitalisation mensuelle : "); disp(depote_mens);
disp("Avec capitalisation trimestrielle : "); disp(depote_trim);
```

### ► calculer\_depote\_mens.m

```
depote_mens(1)=depote_init*(1+(taux_interet/100)/12)^12;
depote_mens(2)=depote_init*(1+(taux_interet/100)/12)^12^2;
depote_mens(3)=depote_init*(1+(taux_interet/100)/12)^12^3;
depote_mens(4)=depote_init*(1+(taux_interet/100)/12)^12^4;
depote_mens(5)=depote_init*(1+(taux_interet/100)/12)^12^5;
```

### ► calculer\_depote\_trim.m

```
depote_trim(1)=depote_init*(1+(taux_interet/100)/4)^4;
...
depote_trim(5)=depote_init*(1+(taux_interet/100)/4)^4^5;
```

+ compréhensibilité  
+ réutilisabilité : on peut copier les procédures de calcul dans un autre programme

# Optimalisation d'un programme exemplaire (4)

- Fonctions : éliminent les risques liés à la portée globale des variables désignées avec les mêmes noms dans les 3 fichiers

## depot.m

```
depot_init = input("Montant initial : ");
taux_interet = input("Taux d'interet : ");
depot_mens=calculer_depote_mens(depote_init,taux_interet);
depote_trim=calculer_depote_trim(depote_init,taux_interet);
disp("Avec capitalisation mensuelle : "); disp(depote_mens);
disp("Avec capitalisation trimestrielle : "); disp(depote_trim);
```

## calculer\_depote\_mens.m

```
function dep=calculer_depote_mens(depote_init,taux_interet)
dep(1)=depote_init*(1+(taux_interet/100)/12)^12;
...
dep(5)=depote_init*(1+(taux_interet/100)/12)^12^5;
endfunction
```

## calculer\_depote\_trim.m

```
function dep=calculer_depote_trim(depote_init,taux_interet)
dep(1)=depote_init*(1+(taux_interet/100)/4)^4;
...
```

+ fiabilité

← Un programmeur qui comprend la portée de variables, peut bien utiliser les mêmes noms de variables dans de différents espaces (c'est l'intérêt même des portées différentes)

# Optimalisation d'un programme exemplaire (5)

- Combinaison des deux fonctions en une, la période de capitalisation devenue un troisième argument

## depot.m

```
depot_init = input("Montant initial : ");  
taux_interet = input("Taux d'interet : ");  
depot_mens=calculer_depote(depot_init,taux_interet,1);  
depot_trim=calculer_depote(depot_init,taux_interet,3);  
disp("Avec capitalisation mensuelle : "); disp(depot_mens);  
disp("Avec capitalisation trimestrielle : "); disp(depot_trim);
```

## ► calculer\_depote.m

```
function dep=calculer_depote(depot_init,taux_interet,periode_capital)  
dep(1)=depot_init*(1+(taux_interet/100)/(12/periode_capital))...  
^(12/periode_capital);  
...  
dep(5)=depot_init*(1+(taux_interet/100)/(12/periode_capital))...  
^(12/periode_capital)^5;  
endfunction
```

- + lisibilité : code plus court
- + compréhensibilité : on ne se demande plus pourquoi le codeur a créé 2 fonctions qui font le même
- + réutilisabilité : une fonction universelle
- + extensibilité : autres ou plus de périodes
- lisibilité : une formule répétée encore plus longue

# Optimalisation d'un programme exemplaire (6)

- Calculer une fois, sauvegarder dans une variable, l'utiliser plusieurs fois

## depot.m

```
depot_init = input("Montant initial : ");  
taux_interet = input("Taux d'interet : ");  
depot_mens=calculer_depote(depote_init,taux_interet,1);  
depote_trim=calculer_depote(depote_init,taux_interet,3);  
disp("Avec capitalisation mensuelle : "); disp(depote_mens);  
disp("Avec capitalisation trimestrielle : "); disp(depote_trim);
```

## calculer\_depote.m

```
function dep=calculer_depote(depote_init,taux_interet,periode_capital)  
taux_frac=taux_interet/100;  
nbre_cap=12/periode_capital;  
dep(1)=depote_init*(1+taux_frac/nbre_cap)^nbre_cap;  
...  
dep(5)=depote_init*(1+taux_frac/nbre_cap)^nbre_cap^5;  
endfunction
```

- + lisibilité
- compréhensibilité : on peut facilement oublier ce que représente *nbre\_cap*
- + efficacité économique : plus de variables mais moins d'opérations

# Optimalisation d'un programme exemplaire (7)

- On décrit la signification des variables à l'aide de commentaires

## depot.m

```
depot_init = input("Montant initial : ");  
taux_interet = input("Taux d'interet : ");  
depot_mens=calculer_depot(depote_init,taux_interet,1);  
depot_trim=calculer_depot(depote_init,taux_interet,3);  
disp("Avec capitalisation mensuelle : "); disp(depote_mens);  
disp("Avec capitalisation trimestrielle : "); disp(depote_trim);
```

## calculer\_depot.m

```
function dep=calculer_depot(depote_init,taux_interet,periode_capital)  
taux_frac=taux_interet/100; # taux d'interet comme fraction  
nbre_cap=12/periode_capital; # nombre de capitalisations par an  
dep(1)=depote_init*(1+taux_frac/nbre_cap)^nbre_cap;  
...  
dep(5)=depote_init*(1+taux_frac/nbre_cap)^nbre_cap^5;  
endfunction
```

+ compréhensibilité

# Optimalisation d'un programme exemplaire (8)

- Au lieu de répéter les lignes du code, on introduit une structure de répétition

## depot.m

```
depot_init = input("Montant initial : ");  
taux_interet = input("Taux d'interet : ");  
depot_mens=calculer_depote(depote_init,taux_interet,1);  
depote_trim=calculer_depote(depote_init,taux_interet,3);  
disp("Avec capitalisation mensuelle : "); disp(depote_mens);  
disp("Avec capitalisation trimestrielle : "); disp(depote_trim);
```

## calculer\_depote.m

```
function dep=calculer_depote(depote_init,taux_interet,periode_capital)  
taux_frac=taux_interet/100; # taux d'interet comme fraction  
nbre_cap=12/periode_capital; # nombre de capitalisations par an  
for an=[1:5]  
dep(an)=depote_init*(1+taux_frac/nbre_cap)^nbre_cap^an;  
endfor  
endfunction
```

- + lisibilité : code plus court
- + compréhensibilité : il est devenu évident qu'une même formule est utilisée pour dans chaque année
- lisibilité : il n'est pas évident que `dep(an)...` est répété 5 fois

# Optimalisation d'un programme exemplaire (9)

- Indentation du contenu de la fonction et de la structure de contrôle

## depot.m

```
depot_init = input("Montant initial : ");  
taux_interet = input("Taux d'interet : ");  
depot_mens=calculer_depote(depote_init,taux_interet,1);  
depote_trim=calculer_depote(depote_init,taux_interet,3);  
disp("Avec capitalisation mensuelle : "); disp(depote_mens);  
disp("Avec capitalisation trimestrielle : "); disp(depote_trim);
```

## calculer\_depote.m

```
function dep=calculer_depote(depote_init,taux_interet,periode_capital)  
→   taux_frac=taux_interet/100; # taux d'interet comme fraction  
    nbre_cap=12/periode_capital; # nombre de capitalisations par an  
    for an=[1:5]  
→     dep(an)=depote_init*(1+taux_frac/nbre_cap)^nbre_cap^an;  
    endfor  
endfunction
```

+ lisibilité
+ compréhensibilité

# Optimalisation d'un programme exemplaire (10)

- Et si, dans le futur, on voudrait changer le nombre d'années considérées ? ou ajouter plus de périodes de capitalisation ?

depot.m

```
depot_init = input("Montant initial : ");
taux_interet = input("Taux d'interet : ");
for periode_capital=[1,3]
    dep=calculer_depote(depot_init,taux_interet,periode_capital,5);
    printf("Avec capitalisation tous les %d mois : %.2f\n", periode_capital, dep);
endfor
```

calculer\_depote.m

```
function dep=calculer_depote(depot_init,taux_interet,...
periode_capital,nbre_annees)
    taux_frac=taux_interet/100; # taux d'interet comme fraction
    nbre_cap=12/periode_capital; # nombre de capitalisations par an
    for an=[1:nbre_annees]
        dep(an)=depot_init*(1+taux_frac/nbre_cap)^nbre_cap^an;
    endfor
endfunction
```

- + extensibilité : nombre d'années facilement modifiée (c'est par ailleurs grâce à l'introduction de la boucle *for*)
- + extensibilité : un seul nombre à ajouter pour chaque nouvelle période de capitalisation



# Optimalisation d'un programme exemplaire (11)

- Multiplication prend moins du temps qu'élevation à une puissance

## depot.m

```
depot_init = input("Montant initial : ");
taux_interet = input("Taux d'interet : ");
for periode_capital=[1,3]
    dep=calculer_depote(depot_init,taux_interet,periode_capital,5);
    printf("Avec capitalisation tous les %d mois : %.2f\n", periode_capital, dep);
endfor
```

## calculer\_depote.m

```
function dep=calculer_depote(depot_init,taux_interet,periode_capital,nbre_annees)
    taux_frac=taux_interet/100; # taux d'interet comme fraction
    nbre_cap=12/periode_capital; # nombre de capitalisations par an
    for an=[1:nbre_annees]
        dep(an)=depot_init*(1+taux_frac/nbre_cap)^(nbre_cap*an);
    endfor
endfunction
```

+ efficacité  
économique :  
temps de calcul  
plus court

# Optimalisation d'un programme exemplaire (12)

- Encore moins d'opérations arithmétiques qui sont répétées pour chaque année : une multiplication seulement

## depot.m

```
depot_init = input("Montant initial : ");
taux_interet = input("Taux d'interet : ");
for periode_capital=[1,3]
    dep=calculer_depote(depot_init,taux_interet,periode_capital,5);
    printf("Avec capitalisation tous les %d mois : %.2f\n", periode_capital, dep);
endfor
```

## calculer\_depote.m

```
function dep=calculer_depote(depot_init,taux_interet,periode_capital,nbre_annees)
    taux_frac=taux_interet/100; # taux d'interet comme fraction
    nbre_cap=12/periode_capital; # nombre de capitalisations par an
    mult=(1+taux_frac/nbre_cap)^nbre_cap; # multiplicateur chaque annee
    dep(1)=depot_init*mult;
    for an=[2:nbre_annees]
        dep(an)=dep(an-1)*mult;
    endfor
endfunction
```

+ efficacité économique : temps de calcul plus court

+ correction : pour nbre\_annees=1 ça marche car pour [2:1] la boucle n'est pas exécutée (il a fallu s'en assurer)

# Optimalisation d'un programme exemplaire (13)

- **Comparaison du temps de calcul**
  - ◆ On peut l'évaluer seulement sur un grand nombre d'opérations
  - ◆ Offres pour 1000 clients de la banque, 20 dépôts initiaux, durée de 40 ans
  - ◆ On élimine l'affichage pour qu'il n'affecte pas le temps (c'est assez lent)
  - ◆ Les fonctions d'Octave **tic** et **toc** permettent de mesurer le temps de calcul : *toc* renvoie le temps qui est passé depuis *tic*

depot\_test.m

```
tic();
```

```
for client=[1:1000]
```

```
    for depot_init=[200:200:4000]
```

```
        for periode_capital=[1,3,6,12]
```

```
            dep=calculer_depot(depot_init,taux_interet,periode_capital,40);
```

```
        endfor
```

```
    endfor
```

```
endfor
```

```
toc()
```

**version finale : 40,5 secondes**

$dep(an)=dep(an-1)*mult$

**version de départ : 46,7 secondes soit +15 %**

$dep(an)=depot\_init*(1+(taux\_interet/100)/(12/periode\_capital))...^{(12/periode\_capital)^{an}}$